

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учебно-методическое объединение по экономическому образованию

УТВЕРЖДЕНО

Первым заместителем Министра
образования Республики Беларусь

А.Г. Бахановичем

08.01.2025

Регистрационный № 6-05-04-070/пр.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

**Примерная учебная программа по учебной дисциплине
для групп специальностей:**

**0411 Бухгалтерский учет, налогообложение, финансы,
банковское и страховое дело;**

0413 Оптовая и розничная торговля;

0541 Статистика;

для специальностей:

6-05-0311-02 Экономика и управление;

6-05-0311-03 Мировая экономика;

6-05-0311-04 Национальная экономика;

6-05-0311-05 Экономическая информатика;

6-05-0412-03 Логистика;

6-05-0412-04 Маркетинг;

6-05-0412-05 Рекламная деятельность

СОГЛАСОВАНО

Председатель Правления
ОАО «Технобанк»

_____ Д.Ю. Грузицкий

_____ 2024

СОГЛАСОВАНО

Председатель
Учебно-методического объединения
по экономическому образованию

_____ А.В. Егоров

_____ 2024

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
профессионального образования
Министерства образования
Республики Беларусь

_____ С.Н. Пищов

_____ 2024

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного
учреждения образования
«Республиканский институт высшей
школы»

_____ И.В. Титович

_____ 2024

Эксперт-нормоконтролер

_____ 2024

Минск 2025

СОСТАВИТЕЛИ:

А.В. Марков, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

А.И. Астровский, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор физико-математических наук, профессор;

М.П. Дымков, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор физико-математических наук, профессор;

С.П. Макаревич, ассистент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»;

В.В. Косьянчук, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 29.03.2024);

М.В. Чайковский, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ПРИМЕРНОЙ:

Кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет» (протокол № 8 от 27.03.2024);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет» (протокол № 6 от 29.04.2024);

Президиумом Учебно-методического объединения по экономическому образованию (протокол № 4 от 18.06.2024).

Ответственный за редакцию: А.В.Марков

Ответственный за выпуск: А.В.Марков

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Примерная учебная программа по учебной дисциплине «Теория вероятностей» разработана для учреждений высшего образования в соответствии с требованиями образовательных стандартов общего высшего образования и примерными учебными планами для групп специальностей 0411 «Бухгалтерский учет, налогообложение, финансы, банковское и страховое дело»; 0413 «Оптовая и розничная торговля»; 0541 «Статистика», а также для специальностей 6-05-0311-02 «Экономика и управление»; 6-05-0311-03 «Мировая экономика»; 6-05-0311-04 «Национальная экономика»; 6-05-0311-05 «Экономическая информатика»; 6-05-0412-03 «Логистика»; 6-05-0412-04 «Маркетинг»; 6-05-0412-05 «Рекламная деятельность».

Целью учебной дисциплины «Теория вероятностей» является ознакомление студентов с математическими понятиями, методами и навыками их использования для решения типовых прикладных задач, а также развитие абстрактного, логического и алгоритмического мышления.

В связи с этим, при изложении учебного материала по учебной дисциплине «Теория вероятностей» перед преподавателями возникают следующие **задачи**:

- рассматривая математическую культуру как часть общечеловеческой культуры, способствовать формированию высоконравственной гражданской позиции обучаемых, становлению целостной высокоинтеллектуальной личности, способной решать сложные задачи, которые ставит жизнь;
- дать представление:
 - а) о месте математики в системе естественных и экономических наук;
 - б) о неразрывном единстве прикладной и фундаментальной математики;
 - в) о преимуществах математического моделирования и его экономической эффективности;
- ознакомить студентов с основными понятиями и методами современной математики;
- научить применять математические знания при исследовании реальных экономических процессов и решении профессиональных задач;
- развить у студентов способности к абстрактному и логическому мышлению;
- воспитать у студентов мотивацию к глубокому изучению математики как языка общения цивилизованных экономистов, без которого невозможно овладеть специальными дисциплинами, необходимыми им в их будущей профессиональной деятельности.

Учебная дисциплина «Теория вероятностей» относится к математическому модулю государственного компонента.

Материал учебной дисциплины «Теория вероятностей» является базовым для изучения учебных дисциплин «Статистика», «Эконометрика», «Экономическая теория», «Микроэкономика», «Макроэкономика».

В результате изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей» формируется следующая базовая профессиональная компетенция:

Использовать основные математические понятия и методы вычислений для анализа и моделирования экономических процессов.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

– основные понятия и теоремы теории вероятностей, законы распределения случайных величин, методы обработки и анализа статистических данных;

уметь:

– применять вероятностные и статистические методы для решения экономических задач;

иметь навыки:

– владения методами теории вероятностей и математической статистики при решении математических и экономических задач.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развивать свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

В соответствии с примерными учебными планами по группам специальностей 0411 «Бухгалтерский учет, налогообложение, финансы, банковское и страховое дело»; 0413 «Оптовая и розничная торговля»; 0541 «Статистика», а также для специальностей 6-05-0311-02 Экономика и управление; 6-05-0311-03 Мировая экономика; 6-05-0311-04 Национальная экономика; 6-05-0311-05 Экономическая информатика; 6-05-0412-03 «Логистика»; 6-05-0412-04 «Маркетинг»; 6-05-0412-05 «Рекламная деятельность» на учебную дисциплину «Теория вероятностей» отводится 120 часов, из них аудиторных – 58 часов. Примерное распределение аудиторных часов по видам занятий: лекций – 28 часов; практических занятий – 30 часов. Трудоемкость учебной дисциплины составляет 9 зачетных единиц.

Рекомендуемая форма промежуточной аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/ п	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
		Всего	Лекции	Практические занятия
	Раздел I. Теория вероятностей	38	18	20
1.1	Основные понятия и теоремы теории вероятностей	12	6	6
1.2	Схема повторных независимых испытаний	6	2	4
1.3	Случайные величины и их основные законы распределения	12	6	6
1.4	Закон больших чисел и предельные теоремы	4	2	2
1.5	Многомерные случайные величины	4	2	2
	Раздел II. Математическая статистика	20	10	10
2.1	Основы математической статистики	2	1	1
2.2	Статистическое оценивание	4	2	2
2.3	Проверка статистических гипотез	4	2	2
2.4	Основы дисперсионного анализа	4	2	2
2.5	Корреляционно-регрессионный анализ	6	3	3
	Всего по дисциплине	58	28	30

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Теория вероятностей

1.1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей

Предмет и метод теории вероятностей. Случайные события и операции над ними. Классификация событий. Алгебра событий. Полная группа событий. Частота и вероятность. Классическое определение вероятности. Геометрическое и статистическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного из n событий, независимых в совокупности. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности и формула Байеса. Применение стохастического подхода к экономическим задачам.

1.2. Схема повторных независимых испытаний

Последовательность независимых повторных испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Примеры экономических задач, для которых применима схема повторных испытаний Бернулли.

1.3. Случайные величины и их основные законы распределения

Случайные величины и их классификация. Дискретные и непрерывные величины. Законы распределения случайных величин. Функция распределения случайных величин и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Вероятность попадания значений случайной величины в заданный промежуток. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Среднее квадратическое отклонение. Мода и медиана, квантили, децили, начальные и центральные моменты. Асимметрия и эксцесс. Функции случайных величин. Биномиальный закон распределения. Закон Пуассона. Геометрическое и гипергеометрическое распределения. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальный закон распределения. Правило трех сигма и его практическое значение. Функция Лапласа. Распределения «хи – квадрат», Стьюдента и Фишера-Снедекора.

1.4. Закон больших чисел и предельные теоремы

Неравенства Маркова и Чебышева. Сходимость по вероятности. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема. Нормальное распределение как предельное для биномиального и пуассоновского распределений. Локальная и интегральная теоремы Лапласа

как следствие теоремы Ляпунова. Значение закона больших чисел для практики.

1.5. Многомерные случайные величины

Таблица распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент и его свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Нормальное двумерное распределение.

Раздел II. Математическая статистика

2.1. Основы математической статистики

Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Понятие о выборочном методе. Вариационный ряд и его характеристики. Выборочные аналоги функций распределения. Полигон и гистограмма. Среднее арифметическое и его свойства. Выборочная дисперсия и ее свойства. Выборочные начальные и центральные моменты. Асимметрия. Эксцесс.

2.2. Статистическое оценивание

Понятие о точечной оценке числовой характеристики случайной величины, свойства точечной оценки. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Частость как точечная оценка вероятности события. Методы получения точечных оценок. Интервальное оценивание параметров распределений. Доверительный интервал. Интервальное оценивание генеральной средней, генеральной дисперсии и генеральной доли. Предельная ошибка и необходимый объем выборки.

2.3. Проверка статистических гипотез

Понятие статистической гипотезы. Основные этапы проверки гипотезы. Уровень значимости и мощность критерия. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей. Проверка гипотезы о модели закона распределения. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова.

2.4. Основы дисперсионного анализа

Задача дисперсионного анализа и предварительная обработка результатов наблюдений. Основные понятия дисперсионного анализа.

Условия проведения дисперсионного анализа. Критерий Бартлетта. Модель однофакторного дисперсионного анализа. Двухфакторный дисперсионный анализ с одним наблюдением. Модель двухфакторного дисперсионного анализа.

2.5. Корреляционно-регрессионный анализ

Функциональная, стохастическая и корреляционная зависимости. Модели и основные понятия корреляционного и регрессионного анализа. Функция регрессии. Линейная корреляционная зависимость и линии регрессии. Генеральное и выборочное корреляционные отношения как измерители степени корреляционной и стохастической зависимости. Коэффициент корреляции. Погрешность выборочного линейного уравнения регрессии. Проверка гипотезы о линейности функции регрессии. Примеры нелинейной функции регрессии. Множественная регрессия. Ранговая корреляция. Выборочные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, проверка их значимости.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ***Основная литература:***

1. Матальцкий, М. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для студентов учреждений высшего образования по физико-математическим специальностям / М. А. Матальцкий, Г. А. Хацкевич. . – Минск: Вышэйшая школа, 2017. – 591, [1] с.: ил.
2. Бондаренко, Н. Н. Теория вероятностей. Математическая статистика : практикум : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по специальностям «Менеджмент (по направлениям)», «Бизнес-администрирование (по направлениям)», «Маркетинг» / Н. Н. Бондаренко, Л. Г. Третьякова, М. Л. Зеленкевич ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т, Ин-т бизнеса БГУ. - Минск : Институт бизнеса БГУ, 2021. - 230, [1] с.
3. Малинковский, Ю. В. Теория вероятностей : учебник для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям / Ю. В. Малинковский. - Минск : РИВШ, 2019. - 268 с.
4. Станишевская, Л. В. Теория вероятностей : практикум / Л. В. Станишевская, Л. С. Барковская ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. экон. ун-т. - 5-е изд., перераб. доп. - Минск : БГЭУ, 2023. - 146 с.

Дополнительная литература:

1. Высшая математика для экономистов. Теория вероятностей в экономике. Методы оптимизации и экономические модели: учебник: Т.2 / [И.В. Гайшун и др.]. – Минск: БГЭУ, 2005. – 623, [1] с.: ил.
2. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / Н.Ш. Кремер, М-во образования РФ. – Москва: ЮНИТИ – ДАНА, 2001. – 543, [1] с.: ил.
3. Харин, Ю.С. Теория вероятностей, математическая и прикладная статистики /Ю.С. Харин, Н.М. Зуев, Е.Е. Жук – Минск: Высшая школа, 2011. – , [1] с.: ил.
4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров: для студентов вузов / В.Е. Гмурман, М-во образования РФ, 12-е изд. – Москва: Юрайт, 2013. – 478, [1] с.
5. Мацкевич, И.П. Высшая математика: теория вероятностей и математическая статистика: учебник / И.П. Мацкевич, Г.П. Свирид. – Минск: Выш. школа, 1993. – 269, [1] с.: ил.
6. Белько, И.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи / И.В. Белько, Г.П. Свирид. – Минск: Новое знание, 2002. – 250, [1] с.: ил.

7. Барковская, Л.С. Теория вероятностей. Практикум. 2-е изд., переработанное и дополненное / Л.С. Барковская, Л.В. Станишевская, Ю.Н. Черторицкий; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: БГЭУ, 2005. – 142, [1] с.: ил.
8. Станишевская, Л.В. Математическая статистика. Практикум / Л.В. Станишевская, Ю.Н. Черторицкий; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: БГЭУ, 2006. – 174, [1] с.: ил.
9. Белорусский путь развития (вопросы и ответы): справочник / [М.Г. Жилинский и др.]. – Минск: Академия управления при Президенте Республики Беларусь, 2017. – 184 с.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Теория вероятностей»

Основной теоретический материал излагается на лекциях и закрепляется на практических занятиях. Текущий контроль осуществляется путем опроса на практических занятиях, проведения самостоятельных и выполнения индивидуальных заданий. В течение семестра предусматривается проведение одной двухчасовой расчетно-графической работы. Итоговый контроль осуществляется в виде экзамена.

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. Рекомендуется бюджет времени для самостоятельной работы в среднем 2-2,5 часа на 2-х часовое аудиторное занятие. Основными направлениями самостоятельной работы студента являются:

- 1) первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;
- 2) ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличием ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;
- 3) изучение и расширение лекционного материала преподавателя за счет специальной литературы, консультаций;
- 4) подготовка к практическим занятиям с изучением основной и дополнительной литературы;
- 5) подготовка к выполнению диагностических форм контроля (расчетно-графические работы, тесты, коллоквиумы, контрольные работы и т.п.);
- 6) подготовка к экзамену.

Перечень рекомендуемых средств диагностики

Для диагностики компетенций по учебной дисциплине «Теория вероятностей» могут использоваться следующие формы: устная, письменная, устно-письменная и техническая.

К устной форме диагностики компетенций относятся опросы; доклады на практических занятиях и др.

К письменной форме диагностики компетенций относятся тесты, контрольные работы, расчетно-графические работы, рефераты, деловые игры и др.

К устно-письменной форме диагностики компетенций относятся презентации, отчеты по домашним заданиям с их устной защитой и др.

К технической форме диагностики компетенций относятся электронные тесты и др.